# Atividade 2. Modelo Relacional e Álgebra Relacional

Grupo 3:

**Ex1.** Caracterize, compare e dê exemplos de aplicação dos três conjuntos de operadores da Álgebra Relacional

Os operadores da Álgebra relacional podem ser subdivididos nos três seguintes grupos:

1. **Operadores sobre conjuntos:** para realizar esse tipo de operação sobre duas relações é preciso que ambas sejam compatíveis em domínio e cada uma é entendida como um conjunto de tuplas. Os operadores desse grupo são os usuais da teoria de conjuntos:

* **União ():** o resultado dessa operação apresenta todas as tuplas do conjunto e todas as tuplas do conjunto . Entretanto, é importante notar que tuplas repetidas, que aparecem em ambos os conjuntos, são representadas apenas uma vez no resultado dessa relação.
* **Intersecção ():** apresenta apenas as tuplas que existem simultaneamente nos dois conjuntos.
* **Diferença ():** o resultado dessa operação contém as tuplas que estão em mas não em . Uma das características importantes desse operador é que ele não é comutativo, ou seja, apresentará um resultado diferente de **.**
* **União Exclusiva** **() ou Diferença Simétrica**: esse operador apresenta como resultado todas as tuplas que existem em e todas as tuplas que existem em , com exceção das tuplas que existem em ambos os conjuntos.
* **Complemento de uma relação ():** de forma simplificada, o complemento de uma relação é a multiplicação de todos os elementos do domínio dos atributos, exceto os que respeitam a relação T. Devido ao tamanho da cardinalidade de muitos atributos, esse operador não é aplicado de forma prática, sendo utilizado em seu lugar o complemento ativo de uma relação (**)**
* **Produto Cartesiano ():** apresenta como resultado uma nova relação cujos atributos são a junção dos atributos de ambos os conjuntos. As tuplas dessa nova relação são todas as possíveis combinações dos novos atributos. Um importante diferencial entre esse operador e os demais, é que o produto cartesiano não exige que os conjuntos sejam compatíveis no domínio.

**Exemplos:**

Para exemplificar os operadores acima, serão usados os seguintes conjuntos:

Aluno = (Nome, Idade, Curso) =

{< Laura, 23, computação >,

< Júlia, 18, biologia >,

< Pedro, 65, computação >,

< Mariana, 22, Matemática >}

Professor = (Nome, Idade, Depto) =

{< João, 57, Matemática >,

< Silvio, 47, Biologia>,

< Maria,62, computação >,

< Pedro, 65, computação >}

**Resultados:**

**União ()**:

Aluno ⋃ Professor = (Nome, Idade, Curso) =

{< Laura, 23, computação >,

< Júlia, 18, biologia >,

< Pedro, 65, computação >,

< Mariana, 22, Matemática >

< João, 57, Matemática >,

< Silvio, 47, Biologia>,

< Maria,62, computação >}

**Intersecção ()**:

Aluno ⋃ Professor = (Nome, Idade, Curso) =

{< Pedro, 65, computação >}

**Diferença()**:

Aluno - Professor = (Nome, Idade, Curso) =

{< Laura, 23, computação >,

< Júlia, 18, biologia >,

< Mariana, 22, Matemática >}

**União Exclusiva ()**:

Aluno ⋃ Professor = (Nome, Idade, Curso) =

{< Laura, 23, computação >,

< Júlia, 18, biologia >,

< Mariana, 22, Matemática >

< João, 57, Matemática >,

< Silvio, 47, Biologia>,

< Maria,62, computação >}

1. **Operadores relacionais unários:** diferentemente dos operadores sobre conjuntos que consideravam as relações apenas como um conjunto de tuplas, sem dar importância à estrutura interna, os operadores relacionais unários compreendem as relações como um produto cartesiano de domínios de atributos e considerando quais são esses atributos que as compõem.

* **Seleção ():** o resultado dessa operação seleciona todas as tuplas contidas na relação *T* que satisfazem uma condição específica *c*. Essa condição sempre compara um atributo de T com uma constante ou um outro atributo da mesma relação. As comparações são feitas usando um operador de comparação 𝛉 que pode ser qualquer operador desde que seja válido para o domínio do atributo. Normalmente, esse operador assume o papel de um operador de igualdade ou de relações de ordem, pois são válidos para atributos comuns, como numérico, textual e datas. Em resumo, o operador de seleção “escolhe” algumas linhas da tabela, reduzindo o número de linhas original.
* **Projeção ():** o resultado da aplicação desse operador é uma outra relação cujos atributos são apenas os indicados na lista de atributos. No entanto, é importante notar que a lista de atributos deve ser um subconjunto dos atributos da relação original. Assim como a seleção reduzia o número de linhas, o operador de projeção pode ser entendido intuitivamente como uma operação que escolhe apenas algumas colunas da tabela original. Entretanto, caso na lista de atributos não exista a chave da relação, algumas tuplas podem ser consideradas “repetidas” após a projeção, o que pode acarretar a diminuição do número de linhas também.

**Exemplos:**

Para exemplificar os operadores acima, serão usados os seguintes conjuntos:

Aluno = (Nome, Idade, Curso) =

{< Laura, 23, computação >,

< Júlia, 18, biologia >,

< Pedro, 65, computação >,

< Mariana, 22, Matemática >}

**Resultados:**

**Seleção ()**:

= (Nome, Idade, Curso) =

{< Laura, 23, computação >,

< Pedro, 65, computação >,

< Mariana, 22, Matemática >}

**Projeção ()**:

= (Nome, Idade) =

{< Laura, 23 >,

< Júlia, 18>,

< Pedro, 65 >,

< Mariana, 22>}

1. **Operadores relacionais binários:** todos os operadores relacionais binários podem ser definidos através de um produto cartesiano e o uso de outros operadores independentes, o que poderia torná-los desnecessários se não fossem algoritmos que fossem mais eficientes com o uso desses operadores ao invés dos independentes.Os principais operadores binários são:

* **Junção Natural (T1 ⋈ T2):** essa operação combina as tuplas de duas relações que possuem atributos comuns, unindo-as em uma única tupla sempre que há correspondência entre os valores desses atributos. Diferente do produto cartesiano, a junção natural evita a repetição de atributos duplicados e retorna apenas as combinações que fazem sentido dentro do contexto da base de dados.
* **Junção Externa (⟕, ⟖, ⟗):** ao contrário da junção natural, a junção externa preserva tuplas que não encontram correspondência na outra relação. Existem três tipos principais:
* **Junção Externa à Esquerda (T1 ⟕ T2):** retorna todas as tuplas de T1 e as correspondentes em T2. Caso não haja correspondência, valores nulos são atribuídos aos atributos de T2.
* **Junção Externa à Direita (T1 ⟖ T2):** semelhante à anterior, mas preservando todas as tuplas de T2 e adicionando valores nulos para atributos ausentes em T1.
* **Junção Externa Completa (T1 ⟗ T2):** combina as duas anteriores, mantendo todas as tuplas de ambas as relações e inserindo valores nulos onde não há correspondências.
* **Divisão (T1 ÷ T2):** essa operação é útil para consultas do tipo "para todos". Retorna as tuplas de T1 que estão relacionadas com todas as tuplas de T2. Para que a operação seja válida, os atributos de T2 devem ser um subconjunto dos atributos de T1.

**Exemplos:**

Para exemplificar os operadores acima, serão usados os seguintes conjuntos:

Aluno = (Nome, Idade, Curso) =

{< Laura, 23, computação >,

< Júlia, 18, biologia >,

< Pedro, 65, computação >,

< Mariana, 22, Matemática >}

Professor = (Nome, Idade, Depto) =

{< João, 57, Matemática >,

< Silvio, 47, Biologia>,

< Maria,62, computação >,

< Pedro, 65, computação >}

**Resultados:**

**Junção Natural (T1 ⋈ T2):**

Aluno ⋈ Professor = (Nome, Idade, Curso) =

{<Pedro, 65, Computação>}

**Junção Externa à Esquerda (T1 ⟕ T2)**:

Aluno ⟕ Professor = (Nome, Idade, Curso, Nome\_Professor) =

{<Laura, 23, Computação, NULL>,

<Júlia, 18, Biologia, NULL>,

<Pedro, 65, Computação, Pedro>,

<Mariana, 22, Matemática, NULL>}

**Junção Externa à Direita (T1 ⟖ T2):**

Aluno ⟖ Professor = (Nome, Idade, Depto, Nome\_Aluno) =

{<João, 57, Matemática, NULL>,

<Silvio, 47, Biologia, NULL>,

<Maria, 62, Computação, NULL>,

<Pedro, 65, Computação, Pedro>}

**Divisão (T1 ÷ T2):**

Para esse exemplo, consideramos um conjunto adicional:

Cursos = (Curso) =

{<Computação>, <Biologia>}

Nesse caso, poderíamos usar a divisão para na seguinte situação: "Quais alunos estão matriculados em todos os cursos listados?"

Aluno ÷ Cursos = (Nome) =

{}

**Ex2.** Crie duas relações e com semântica definida pelo grupo. Pelo menos uma das relações deverá ter, como valores de um dos atributos, os NUSP dos integrantes do grupo. Se o grupo achar necessário, poderá criar outros NUSP sintéticos para compor mais tuplas para a relação.

1. Apresente as duas relações (base intencional e base extensional)
2. Apresente o esquema das duas relações, seguindo a notação do Modelo Relacional
3. Apresente as Restrições de Integridade das relações

(a)

Vamos considerar os esquemas e com nomes  **=** Aluno; = Matrícula

**Base intencional**

Aluno(NUSP,NOME,ANO\_INGRESSO)

Matricula(NUSP, SIGLA, SEMESTRE, ANO, NOTA\_FINAL)

**Base extensional**

Aluno =

{

<12543436, Laura, 2020>,

<8927418, Jorge, 2019>,

<8957221, Catarina, 2019>,

<5255289, Vitor, 2022>

}

Matrícula =

{

<1254343, SCC0201, 1, 2020, 3.4>,

<12543436, SCC0201, 1, 2021, 7.8>,

<12543436, SME0104, 2, 2021, 8.0>,

<8927418, SME0104, 2, 2024, 5.6>,

<8957221, SME0104, 1, 2023, 9.7>,

<8957221, SME0104, 1, 2021, 4.8>,

<5255289, SCC0215, 2, 2024, 8.3>,

<8927418, SCC0215, 1, 2019, 6.8>,

<5255289, SCC0275, 2, 2022, 6.5>

}

(b)

Aluno(NUSP,NOME,ANO\_INGRESSO)

Matricula(NUSP, SIGLA, SEMESTRE, ANO, NOTA\_FINAL)

(c)

**Domínios**

Dom(NUSP) = [0-9]+

Dom(NOME) = [a-zA-Z]+

Dom(ANO\_INGRESSO) = Dom(Ano) = [0-9]+ (> 1900)

Dom(SIGLA) = [A-Z]{3}[0-9]{4}

Dom(NOTA\_FINAL) = [0-9]+.[0-9] ( )

**Restrições de Integridade da Chave**

Chk(Aluno) = { (NUSP, NOME), (NUSP) }

Chk(Matricula) = { (SIGLA, NUSP, SEMESTRE) }

**Restrições da Integridade da Entidade**

Ch0(Aluno) **=** { NUSP }

Ch(Matricula) = { SIGLA, NUSP, SEMESTRE }

**Restrições de Integridade Referencial**

CE(Aluno) = CE(Matricula) = { <(NUSP), Aluno(NUSP)> }

**Ex3.** Mostre que R-S ≠ S-R, em que R e S são duas relações. Dê exemplos para sustentar sua resposta.

Considerando R e S duas relações compatíveis em domínio e t uma tupla genérica, temos:

R – S = { t : t ∈ R | t ∉ S };

   S – R = { t : t ∈ S | t ∉ R };

Ou seja:

R - S contém todas as tuplas que pertencem a R, mas não a S.

S - R contém todas as tuplas que pertencem a S, mas não a R.

Descrevendo de forma generalizada as relações R e S que possuem *n* tuplas *t* em comum:

R ∩ S = {t1​ ,t2, …, tn​}, ou tuplas pertencentes a R e a S.

R = {tR1, tR2, ..., tRm,t1,t2, …, tn}.

S = {tS1, tS2, ..., tSw,t1,t2, …, tn}.

Sendo tR uma tupla exclusiva de R e tS uma tupla exclusiva de S.

De acordo com as definições apresentadas acima, a diferença R - S é definida como:

R - S = R - (R ∩ S) = {tR1, tR2, ..., t1,t2, …, tn} - {t1​ ,t2, …, tn​} = {tR1, tR2, ..., tRm}.

Ou seja, R - S possui apenas as *m* tuplas exclusivas a R.

S - R é definido como:

S - R = S - (R ∩ S) = {tS1, tS2, ..., t1,t2, …, tn} - {t1​ ,t2, …, tn​} = {tS1, tS2, ..., tSw}.

Ou seja, S-R possui apenas as *w* tuplas exclusivas de a S.

Assim sendo,

R - S = {tR1, tR2, ..., tRm} ≠ {tS1, tS2, ..., tSw} = S - R.

**Exemplo 1:**

Considere as seguintes relações:

AlunosComputação = (Nome, NUSP, Média) =

{<Ana, 10231234, 8.5>,

<Bruno, 10234567, 7.2>,

<Carla, 10237890, 6.9>,

<Daniel, 10235678, 9.1>,

<Fábio,12023677, 6.5>}

AlunosCalculoIII = (Nome, NUSP, Média) =

{<Bruno, 10234567, 7.2>,

<Carla, 10237890, 6.9>,

<Elisa, 10236544, 8.7>,

<Fábio, 12023677, 6.5>,

<Gustavo, 10234321, 8.0>}

AlunosComputação - AlunosCalculoIII =

(Nome, NUSP, Média) =

{<Ana, 10231234, 8.5>,

<Daniel, 10235678, 9.1>}

AlunosCalculoIII - AlunosComputação =

(Nome, NUSP, Média) =

{<Elisa, 10236544, 8.7>,

<Gustavo, 10234321, 8.0>}

As relações resultantes são claramente diferentes.

**Exemplo 2:**

Considere as duas relações compatíveis em domínio:

AtletasClubeA = (Nome, CPF, Modalidade) =

 {<Lucas, 111222333, Natação>,

 <Mariana, 444555666, Atletismo>,

 <Rafaela, 777888999, Judô>,

 <Tiago, 222333444, Vôlei>}

ParticipantesTorneio = (Nome, CPF, Esporte) =

 {<Lucas, 111222333, Natação>,

 <Rafaela, 777888999, Judô>,

 <Eduardo, 999888777, Basquete>,

 <Bruna, 555666777, Atletismo>}

AtletasClubeA − ParticipantesTorneio =

(Nome, CPF, Modalidade) =

{<Mariana, 444555666, Atletismo>,

 <Tiago, 222333444, Vôlei>}

ParticipantesTorneio − AtletasClubeA =

(Nome, CPF,Esporte) =

{<Eduardo, 999888777, Basquete>,

 <Bruna, 555666777, Atletismo>}

Novamente as relações são diferentes, demonstrando que o operador de diferença da Álgebra Relacional não é comutativo. Dessa vez, as duas relações não possuem atributos iguais, porém são compatíveis em domínio. Assim sendo, é mantido o nome do atributo da relação que mantém suas tuplas exclusivas, ou seja, da relação à esquerda do operador ‘-’.

**Ex4**. Usando as relações criadas no Ex2.

1. Mostre, com exemplos, que as seguintes regras de distributividade entre operadores são válidas.

| σ₍ₐ₎(T₁ ∪ T₂) ⇔ (σ₍ₐ₎(T₁)) ∪ (σ₍ₐ₎(T₂))  σ₍ₐ₎(T₁ ∩ T₂) ⇔ (σ₍ₐ₎(T₁)) ∩ (σ₍ₐ₎(T₂))  σ₍ₐ₎(T₁ − T₂) ⇔ (σ₍ₐ₎(T₁)) − (σ₍ₐ₎(T₂))  σ₍ₐ₎(T₁ × T₂) ⇔ (σ₍ₐ₎(T₁)) × (σ₍ₐ₎(T₂))  σ₍ₐ₎(T₁ ⋈ T₂) ⇔ (σ₍ₐ₎(T₁)) ⋈ (σ₍ₐ₎(T₂)) |
| --- |

Relações do exercício 2:

Aluno = Aluno(NUSP,NOME,ANO\_INGRESSO) =

{<12543436, Laura, 2020>,

<8927418, Jorge, 2019>,

<8957221, Catarina, 2019>,

<5255289, Vitor, 2022>}

Matrícula = Matricula(NUSP, SIGLA, SEMESTRE, ANO, NOTA\_FINAL) =

{<12543436, SCC0201, 1, 2020, 3.4>,

<12543436, SCC0201, 1, 2021, 7.8>,

<12543436, SME0104, 2, 2021, 8.0>,

<8927418, SME0104, 2, 2024, 5.6>,

<8957221, SME0104, 1, 2023, 9.7>,

<8957221, SME0104, 1, 2021, 4.8>,

<5255289, SCC0215, 2, 2024, 8.3>,

<8927418, SCC0215, 1, 2019, 6.8>,

<5255289, SCC0275, 2, 2022, 6.5>}

Para realizar as operações que só podem ser aplicadas sobre duas relações compatíveis em domínio, será utilizada a seguinte relação adicional:

Professor = Professor(NUSP,NOME,ANO\_CONTRATAÇÃO) =

{<10343436, Fernanda, 2020>,

<8927419, Lucas, 2017>,

<8957221, Catarina, 2019>,

<5255289, Vitor, 2022>}

**i) σ₍ₐ₎(T₁ ∪ T₂) ⇔ (σ₍ₐ₎(T₁)) ∪ (σ₍ₐ₎(T₂))**

### σ₍ANO\_INGRESSO ≥ 2020₎(Aluno ∪ Professor) ⇔ σ₍ANO\_INGRESSO ≥ 2020₎(Aluno) ∪ σ₍ANO\_CONTRATAÇÃO ≥ 2020₎(Professor)

**σ₍ANO\_INGRESSO ≥ 2020₎(Aluno ∪ Professor):**   
 Aluno ∪ Professor = (NUSP, NOME, ANO\_INGRESSO) =   
 {  
  <12543436, Laura, 2020>,  
  <8927418, Jorge, 2019>,  
  <8957221, Catarina, 2019>,  
  <5255289, Vitor, 2022>,  
  <10343436, Fernanda, 2020>,  
  <8927419, Lucas, 2017>  
 }

**σ₍ANO\_INGRESSO ≥ 2020₎(Aluno ∪ Professor) = (NUSP, NOME, ANO\_INGRESSO) =  
 {  
  <12543436, Laura, 2020>,  
  <5255289, Vitor, 2022>,  
  <10343436, Fernanda, 2020>  
 }**

### **σ₍ANO\_INGRESSO ≥ 2020₎(Aluno) ∪ σ₍ANO\_CONTRATAÇÃO ≥ 2020₎(Professor):**

σ₍ANO ≥ 2020₎(Aluno) = (NUSP, NOME, ANO\_INGRESSO) =  
 {  
  <12543436, Laura, 2020>,  
  <5255289, Vitor, 2022>  
 }

σ₍ANO ≥ 2020₎(Professor) = (NUSP, NOME,ANO\_CONTRATAÇÃO) =  
 {  
  <10343436, Fernanda, 2020>,  
  <5255289, Vitor, 2022>  
 }

**σ₍ANO ≥ 2020₎(Aluno) ∪ σ₍ANO ≥ 2020₎(Professor) = (NUSP, NOME, ANO\_INGRESSO) =  
 {  
  <12543436, Laura, 2020>,  
  <5255289, Vitor, 2022>,  
  <10343436, Fernanda, 2020>  
 }**

Que é igual a relação encontrada da forma anterior σ₍ANO\_INGRESSO ≥ 2020₎(Aluno ∪ Professor).

**ii) σ₍ₐ₎(T₁ ∩ T₂) ⇔ (σ₍ₐ₎(T₁)) ∩ (σ₍ₐ₎(T₂))**

**σ₍ₐ₎(T₁ ∩ T₂):**

Aluno ∩ Professor = (NUSP, NOME, ANO\_INGRESSO) =  
 {  
  <8957221, Catarina, 2019>,  
  <5255289, Vitor, 2022>  
 }

**σ₍ANO ≥ 2020₎(Aluno ∩ Professor) = (NUSP, NOME, ANO\_INGRESSO) =  
 {  
  <5255289, Vitor, 2022>  
 }**

**(σ₍ₐ₎(T₁)) ∩ (σ₍ₐ₎(T₂)):**

σ₍ANO ≥ 2020₎(Aluno) = (NUSP, NOME, ANO\_INGRESSO) =  
 {  
  <12543436, Laura, 2020>,  
  <5255289, Vitor, 2022>  
 }

σ₍ANO ≥ 2020₎(Professor) = (NUSP, NOME, ANO\_CONTRATAÇÃO) =  
 {  
  <10343436, Fernanda, 2020>,  
  <5255289, Vitor, 2022>  
 }

**σ₍ANO ≥ 2020₎(Aluno) ∩ σ₍ANO ≥ 2020₎(Professor) = (NUSP, NOME, ANO\_INGRESSO) =  
 {  
  <5255289, Vitor, 2022>  
 }**

### **iii) σ₍ₐ₎(T₁ − T₂) ⇔ (σ₍ₐ₎(T₁)) − (σ₍ₐ₎(T₂))**

**σ₍ₐ₎(T₁ − T₂):**

Aluno − Professor = (NUSP, NOME, ANO\_INGRESSO) =  
 {  
  <12543436, Laura, 2020>,  
  <8927418, Jorge, 2019>  
 }

σ₍ANO ≤ 2019₎(Aluno − Professor) = (NUSP, NOME, ANO\_INGRESSO) =  
 {  
  <8927418, Jorge, 2019>  
 }

**(σ₍ₐ₎(T₁)) − (σ₍ₐ₎(T₂)):**

σ₍ANO ≤ 2019₎(Aluno) = (NUSP, NOME, ANO\_INGRESSO) =  
 {  
  <8927418, Jorge, 2019>,  
  <8957221, Catarina, 2019>  
 }

σ₍ANO ≤ 2019₎(Professor) = (NUSP, NOME, ANO\_CONTRATAÇÃO) =  
 {  
  <8927419, Lucas, 2017>,  
  <8957221, Catarina, 2019>  
 }

σ₍ANO ≤ 2019₎(Aluno) − σ₍ANO ≤ 2019₎(Professor) = (NUSP, NOME, ANO\_INGRESSO) =  
 {  
  <8927418, Jorge, 2019>  
 }

**iv) σ₍ₐ₎(T₁ × T₂) ⇔ (σ₍ₐ₎(T₁)) × (σ₍ₐ₎(T₂))**

**σ₍ANO\_INGRESSO ≥ 2020 e NOTA\_FINAL > 7₎(Aluno × Matrícula) ⇔ σ₍ANO\_INGRESSO ≥ 2020₎(Aluno) × σ₍NOTA\_FINAL > 7₎(Matrícula)**

**σ₍ANO\_INGRESSO ≥ 2020 e NOTA\_FINAL > 7₎(Aluno × Matrícula):**

(Aluno x Matricula) = (NUSP\_A, NOME, ANO\_INGRESSO, NUSP\_M, SIGLA, SEMESTRE, ANO, NOTA\_FINAL) =  
{<12543436, Laura, 2020, 1254343, SCC0201, 1, 2020, 3.4>,  
<12543436, Laura, 2020, 12543436, SCC0201, 1, 2021, 7.8>,  
<12543436, Laura, 2020, 12543436, SME0104, 2, 2021, 8.0>,  
<12543436, Laura, 2020, 8927418, SME0104, 2, 2024, 5.6>,  
<12543436, Laura, 2020, 8957221, SME0104, 1, 2023, 9.7>,  
<12543436, Laura, 2020, 8957221, SME0104, 1, 2021, 4.8>,  
<12543436, Laura, 2020, 5255289, SCC0215, 2, 2024, 8.3>,  
<12543436, Laura, 2020, 8927418, SCC0215, 1, 2019, 6.8>,  
<12543436, Laura, 2020, 5255289, SCC0275, 2, 2022, 6.5>,  
<8927418, Jorge, 2019, 1254343, SCC0201, 1, 2020, 3.4>,  
<8927418, Jorge, 2019, 12543436, SCC0201, 1, 2021, 7.8>,  
<8927418, Jorge, 2019, 12543436, SME0104, 2, 2021, 8.0>,  
<8927418, Jorge, 2019, 8927418, SME0104, 2, 2024, 5.6>,  
<8927418, Jorge, 2019, 8957221, SME0104, 1, 2023, 9.7>,  
<8927418, Jorge, 2019, 8957221, SME0104, 1, 2021, 4.8>,  
<8927418, Jorge, 2019, 5255289, SCC0215, 2, 2024, 8.3>,  
<8927418, Jorge, 2019, 8927418, SCC0215, 1, 2019, 6.8>,  
<8927418, Jorge, 2019, 5255289, SCC0275, 2, 2022, 6.5>,  
<8957221, Catarina, 2019, 1254343, SCC0201, 1, 2020, 3.4>,  
<8957221, Catarina, 2019, 12543436, SCC0201, 1, 2021, 7.8>,  
<8957221, Catarina, 2019, 12543436, SME0104, 2, 2021, 8.0>,  
<8957221, Catarina, 2019, 8927418, SME0104, 2, 2024, 5.6>,  
<8957221, Catarina, 2019, 8957221, SME0104, 1, 2023, 9.7>,  
<8957221, Catarina, 2019, 8957221, SME0104, 1, 2021, 4.8>,  
<8957221, Catarina, 2019, 5255289, SCC0215, 2, 2024, 8.3>,  
<8957221, Catarina, 2019, 8927418, SCC0215, 1, 2019, 6.8>,  
<8957221, Catarina, 2019, 5255289, SCC0275, 2, 2022, 6.5>,  
<5255289, Vitor, 2022, 1254343, SCC0201, 1, 2020, 3.4>,  
<5255289, Vitor, 2022, 12543436, SCC0201, 1, 2021, 7.8>,  
<5255289, Vitor, 2022, 12543436, SME0104, 2, 2021, 8.0>,  
<5255289, Vitor, 2022, 8927418, SME0104, 2, 2024, 5.6>,  
<5255289, Vitor, 2022, 8957221, SME0104, 1, 2023, 9.7>,  
<5255289, Vitor, 2022, 8957221, SME0104, 1, 2021, 4.8>,  
<5255289, Vitor, 2022, 5255289, SCC0215, 2, 2024, 8.3>,  
<5255289, Vitor, 2022, 8927418, SCC0215, 1, 2019, 6.8>,  
<5255289, Vitor, 2022, 5255289, SCC0275, 2, 2022, 6.5>}

As tuplas que não satisfazem a seleção foram marcadas em vermelho com seu respectivo valor não selecionado sublinhado.

Assim sendo, as tuplas selecionadas são:

**σ₍ANO\_INGRESSO ≥ 2020 e NOTA\_FINAL > 7₎(Aluno × Matrícula) =**(NUSP\_A, NOME, ANO\_INGRESSO, NUSP\_M, SIGLA, SEMESTRE, ANO, NOTA\_FINAL) =  
 {<12543436, Laura, 2020, 12543436, SCC0201, 1, 2021, 7.8>,  
 <12543436, Laura, 2020, 12543436, SME0104, 2, 2021, 8.0>,  
 <12543436, Laura, 2020, 8957221, SME0104, 1, 2023, 9.7>,  
 <12543436, Laura, 2020, 5255289, SCC0215, 2, 2024, 8.3>,  
 <5255289, Vitor, 2022, 12543436, SCC0201, 1, 2021, 7.8>,  
 <5255289, Vitor, 2022, 12543436, SME0104, 2, 2021, 8.0>,  
 <5255289, Vitor, 2022, 8957221, SME0104, 1, 2023, 9.7>,  
 <5255289, Vitor, 2022, 5255289, SCC0215, 2, 2024, 8.3>}

#### **(σ₍ANO\_INGRESSO ≥ 2020₎(Aluno)) × (σ₍NOTA\_FINAL > 7₎(Matrícula)):**

σ₍ANO\_INGRESSO ≥ 2020₎(Aluno) =  
 { <12543436, Laura, 2020>,  
  <5255289, Vitor, 2022>  
 }

σ₍NOTA\_FINAL > 7₎(Matrícula) =  
 { <12543436, SCC0201, 1, 2021, 7.8>,  
  <12543436, SME0104, 2, 2021, 8.0>,  
  <8957221, SME0104, 1, 2023, 9.7>,  
  <5255289, SCC0215, 2, 2024, 8.3>  
 }

**σ₍ANO\_INGRESSO ≥ 2020₎(Aluno) × σ₍NOTA\_FINAL > 7₎(Matrícula) =** (NUSP\_A, NOME, ANO\_INGRESSO, NUSP\_M, SIGLA, SEMESTRE, ANO, NOTA\_FINAL) =  
 { <12543436, Laura, 2020, 12543436, SCC0201, 1, 2021, 7.8>,  
  <12543436, Laura, 2020, 12543436, SME0104, 2, 2021, 8.0>,  
  <12543436, Laura, 2020, 8957221, SME0104, 1, 2023, 9.7>,  
  <12543436, Laura, 2020, 5255289, SCC0215, 2, 2024, 8.3>,  
  <5255289, Vitor, 2022, 12543436, SCC0201, 1, 2021, 7.8>,  
  <5255289, Vitor, 2022, 12543436, SME0104, 2, 2021, 8.0>,  
  <5255289, Vitor, 2022, 8957221, SME0104, 1, 2023, 9.7>,  
  <5255289, Vitor, 2022, 5255289, SCC0215, 2, 2024, 8.3>  
 }

Relação encontrada igual a operação anterior.

### **v)** σ₍ₐ₎(T₁ ⋈ T₂) ⇔ (σ₍ₐ₎(T₁)) ⋈ (σ₍ₐ₎(T₂))

### **σ₍ANO\_INGRESSO ≥ 2020 AND NOTA\_FINAL > 7₎(Aluno ⋈ Matrícula) ⇔ σ₍ANO\_INGRESSO ≥ 2020₎(Aluno) ⋈ σ₍NOTA\_FINAL > 7₎(Matrícula)**

**(NUSP, NOME, ANO\_INGRESSO, SIGLA, SEMESTRE, ANO, NOTA\_FINAL) =** { <12543436, Laura, 2020, SCC0201, 1, 2020, 3.4>,  
 <12543436, Laura, 2020, SCC0201, 1, 2021, 7.8>,  
  <12543436, Laura, 2020, SME0104, 2, 2021, 8.0>,  
  <8927418, Jorge, 2019, SME0104, 2, 2024, 5.6>,  
  <8927418, Jorge, 2019, SCC0215, 1, 2019, 6.8>,  
  <8957221, Catarina, 2019, SME0104, 1, 2023, 9.7>,  
  <8957221, Catarina, 2019, SME0104, 1, 2021, 4.8>,  
  <5255289, Vitor, 2022, SCC0215, 2, 2024, 8.3>,  
  <5255289, Vitor, 2022, SCC0275, 2, 2022, 6.5>  
 }

#### σ₍ANO\_INGRESSO ≥ 2020 E NOTA\_FINAL > 7₎(Aluno ⋈ Matrícula) = (NUSP, NOME, ANO\_INGRESSO, SIGLA, SEMESTRE, ANO, NOTA\_FINAL) = {  <12543436, Laura, 2020, SCC0201, 1, 2021, 7.8>,  <12543436, Laura, 2020, SME0104, 2, 2021, 8.0>,  <5255289, Vitor, 2022, SCC0215, 2, 2024, 8.3> }

**σ₍ANO\_INGRESSO ≥ 2020₎(Aluno) ⋈ σ₍NOTA\_FINAL > 7₎(Matrícula):**

Aluno =(NUSP, NOME, ANO\_INGRESSO) =  
 { <12543436, Laura, 2020>,  
  <5255289, Vitor, 2022>  
 }

Matrícula = (NUSP, SIGLA, SEMESTRE, ANO, NOTA\_FINAL) =  
{ <12543436, SCC0201, 1, 2021, 7.8>,  
  <12543436, SME0104, 2, 2021, 8.0>,  
  <8957221, SME0104, 1, 2023, 9.7>,  
  <5255289, SCC0215, 2, 2024, 8.3>  
 }

σ₍ANO\_INGRESSO ≥ 2020₎(Aluno) ⋈ σ₍NOTA\_FINAL > 7₎(Matrícula) = (NUSP, NOME, ANO\_INGRESSO, SIGLA, SEMESTRE, ANO, NOTA\_FINAL) ={  <12543436, Laura, 2020, SCC0201, 1, 2021, 7.8>,  
  <12543436, Laura, 2020, SME0104, 2, 2021, 8.0>,  
  <5255289, Vitor, 2022, SCC0215, 2, 2024, 8.3>  
 }

Que é igual a relação encontrada pela operação anterior.

1. Mostre, com exemplos, que a Projeção não distribui sobre Interseção ou Diferença.

Vamos considerar as seguintes relações:

Aluno = Aluno(NUSP,NOME,ANO\_INGRESSO) =

{<12543436, Laura, 2020>,

<8927418, Jorge, 2019>,

<8957221, Catarina, 2019>,

<5255289, Vitor, 2022>}

Professor’ = (NUSP,NOME,ANO\_CONTRATAÇÃO) =

{<10343436, Fernanda, 2020>,

<8927419, Jorge, 2017>, -> NUSP diferente da relação anterior

<8957221, Catarina, 2019>,

<5255289, Vitor, 2022>}

Vamos mostrar que:

## **1. A projeção não distribui sobre a interseção**

π{NOME}(Aluno ∩ Professor) ≠ π{NOME}(Aluno) ∩ π{NOME}(Professor)

Aluno ∩ Professor = (NUSP,NOME, ANO\_INGRESSO)  
 {  
 <8957221, Catarina, 2019>,  
 <5255289, Vitor, 2022>  
 }  
  
 π{NOME}(Aluno ∩ Professor) = (NOME) = {<Catarina>, <Vitor> }  
  
 π{NOME}(Aluno) = (NOME) = { <Laura>, <Jorge>, <Catarina>, <Vitor> }  
  
 π{NOME}(Professor) = (NOME) { <Fernanda>, <Jorge>, <Catarina>, <Vitor> }  
  
 π{NOME}(Aluno) ∩ π{NOME}(Professor) = (NOME) = { <Jorge>, <Catarina>, <Vitor>}  
  
 ⇒ π{NOME}(Aluno ∩ Professor) ≠ π{NOME}(Aluno) ∩ π{NOME}(Professor)  
Assim, demonstramos que a Projeção não distribui sobre a Interseção.  
  
**2. A projeção não distribui sobre a diferença**

π{NOME}(Aluno − Professor) ≠ π{NOME}(Aluno) − π{NOME}(Professor)

Aluno − Professor = (NUSP, NOME, ANO\_INGRESSO) =  
 {  
 <12543436, Laura, 2020>,  
 <8927418, Jorge, 2019>  
 }  
  
 π{NOME}(Aluno − Professor) = (NOME) { <Laura>, <Jorge> }  
  
 π{NOME}(Aluno) = (NOME) = { <Laura>, <Jorge>, <Catarina>, <Vitor> }  
  
 π{NOME}(Professor) = (NOME) = { <Fernanda>, <Jorge>, <Catarina>, <Vitor> }  
  
 π{NOME}(Aluno) − π{NOME}(Professor) = (NOME) = { <Laura> }  
  
 ⇒ π{NOME}(Aluno − Professor) ≠ π{NOME}(Aluno) − π{NOME}(Professor)

Dessa forma, mostramos que a Projeção não seleciona sobre a Diferença.

**Ex5**. Aplique três operadores de junção diferentes sobre as relações criadas no Ex2. Mostre as relações resultantes correspondentes

Utilizaremos as seguintes relações:

**Base intencional**

Aluno(NUSP,NOME,ANO\_INGRESSO)

Matricula(NUSP, SIGLA, SEMESTRE, ANO, NOTA\_FINAL)

**Base extensional**

Aluno =

{

<12543436, Laura, 2020>,

<8927418, Jorge, 2019>,

<8957221, Catarina, 2019>,

<5255289, Vitor, 2022>

}

Matrícula =

{

<1254343, SCC0201, 1, 2020, 3.4>,

<12543436, SCC0201, 1, 2021, 7.8>,

<12543436, SME0104, 2, 2021, 8.0>,

<8927418, SME0104, 2, 2024, 5.6>,

<8957221, SME0104, 1, 2023, 9.7>,

<8957221, SME0104, 1, 2021, 4.8>,

<5255289, SCC0215, 2, 2024, 8.3>,

<8927418, SCC0215, 1, 2019, 6.8>,

<5255289, SCC0275, 2, 2022, 6.5>

}

* **Junção Natural**

Aluno ⋈ Matricula = (NUSP, NOME, ANO\_INGRESSO, SIGLA, SEMESTRE, ANO, NOTA) =

{<11543436, Laura, 2020, SCC0201,1,2021,7.8>,

<11543436, Laura, 2020, SME0104,2,2021,8.0>

<8927418, Jorge, 2019, SME0104,2,2024,5.6>

<8957221, Catarina, 2019, SME0104,1,2023,9.7>

<8957221, Catarina, 2019, SME0104,1,2021,4.8>

<5255289, Vitor, 2022, SCC0215,2,2024,8.3>

<8927418, Jorge, 2019, SCC0215, 1, 2019, 6.8>,

<5255289, Vitor, 2022, SCC0275,2,2022,6.5>}

* **Junção Externa à Direita**

Aluno [⟖](https://symbl.cc/pt/27D6/)(NUSP = NUSPM)Matricula = (NUSP, NOME, ANO\_INGRESSO, NUSPM, SIGLA, SEMESTRE, ANO, NOTA) =

{<NULL, NULL, NULL, 1254343, SCC0201, 1, 2020, 3.4>,

<11543436, Laura, 2020, 11543436, SCC0201,1,2021,7.8>,

<11543436, Laura, 2020, 11543436, SME0104,2,2021,8.0>

<8927418, Jorge, 2019, 8927418, SME0104,2,2024,5.6>

<8957221, Catarina, 2019, 8957221, SME0104,1,2023,9.7>

<8957221, Catarina, 2019, 8957221, SME0104,1,2021,4.8>

<5255289, Vitor, 2022, 5255289, SCC0215,2,2024,8.3>

<8927418, Jorge, 2019 ,8927418, SCC0215, 1, 2019, 6.8>,

<5255289, Vitor, 2022, 5255289, SCC0275,2,2022,6.5>

}

* **Junção-θ**

Aluno θ(NUSP - NUSPM) Matricula = (NUSP, NOME, ANO\_INGRESSO, NUSPM, SIGLA, SEMESTRE, ANO, NOTA) =

{<11543436, Laura, 2020, 11543436, SCC0201,1,2021,7.8>,

<11543436, Laura, 2020, 11543436, SME0104,2,2021,8.0>

<8927418, Jorge, 2019, 8927418, SME0104,2,2024,5.6>

<8957221, Catarina, 2019, 8957221, SME0104,1,2023,9.7>

<8957221, Catarina, 2019, 8957221, SME0104,1,2021,4.8>

<5255289, Vitor, 2022, 5255289, SCC0215,2,2024,8.3>

<8927418, Jorge, 2019 ,8927418, SCC0215, 1, 2019, 6.8>,

<5255289, Vitor, 2022, 5255289, SCC0275,2,2022,6.5>

}